ملخص درس المنطق

I) العبارة – الدالة العبارية

1) نسمي عبارة كل جملة مفيدة ، يمكن الحكم على المعنى الذي تحمله بالصحة أو الخطأ.
2) نسمي دالة عبارية كل نص يحتوي على متغير x من مجموعة E ويصبح عبارة كلما عوضنا x بعنصر محدد من E.

II) المكممات

لتكن $A(x)$ دالة عبارية معرفة على مجموعة E.
1) العبارة: $\boxed{(\exists x \in E): A(x)}$ تقرأ " يوجد على الأقل x من E بحيث $A(x)$" وتعني يوجد على الأقل عنصر x من E يحقق E . الرمز $\exists$ يسمى المكمم الوجودي.
2) العبارة $\boxed{(\forall x \in E): A(x)}$ تقرأ " مهما كان x من E لدينا $A(x)$. وتعني أن جميع عناصر E تحقق E.
الرمز $\forall$ يسمى المكمم الكوني.

III) العمليات المنطقية.

1) النفي المنطقي

a) نفي العبارة A هي العبارة التي نرمز لها ب $7A$ والتي تكون صحيحة إذا كانت A خاطئة وتكون خاطئة إذا كانت A صحيحة.
ملاحظة: " $7A$ هي عكس العبارة A "
b) نفي العبارة " $(\forall x \in E): A(x)$ " هي العبارة " $(\exists x \in E): 7A(x)$ ".
c) نفي العبارة " $(\exists x \in E): A(x)$ " هي العبارة " $(\forall x \in E): 7A(x)$ ".

2) العطف المنطقي

عطف العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها بالرمز: (B و A) والتي تكون صحيحة فقط إذا كانت A صحيحة و B صحيحة

3) الفصل المنطقي

فصل العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها بالرمز: (B أو A) والتي تكون صحيحة إذا كانت إحدى العبارتين على الأقل صحيحة.

4) الإستلزام المنطقي

استلزام العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها ب $(A \Rightarrow B)$ والتي تكون خاطئة فقط إذا كانت A صحيحة و B خاطئة. (وتقرأ A تستلزم B).

5) التكافؤ المنطقي

تكافؤ العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها ب $(A \Leftrightarrow B)$ والتي تكون صحيحة فقط إذا كانت ل A و B نفس قيمة الحقيقة. (وتقرأ A تكافئ B).

IV) القوانين المنطقية

1) تعريف:

نسمي قانونا منطقيا كل عبارة مكونة من عدة عبارات مرتبطة بالروابط المنطقية وتكون صحية مهما كانت قيمة حقيقة هذه العبارات.

2) جرد لأهم القوانين المنطقية.

- $7(7A) \Leftrightarrow A$
- $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (7A \text{ ou } B)$
- $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (7A \Leftrightarrow 7B)$
- $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B \text{ et } B \Rightarrow A)$
- $(A \text{ et } B) \Leftrightarrow (B \text{ et } A)$
- $(A \text{ ou } B) \Leftrightarrow (B \text{ ou } A)$
- $[(A \text{ et } B) \text{et } C] \Leftrightarrow [A \text{ et } (B \text{ et } C)]$
- $[A \text{ ou } (B \text{ ou } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ ou } B) \text{ou } C]$
- $[A \Rightarrow B \text{ et } B \Rightarrow C] \Rightarrow (A \Rightarrow C)$
- قانون التاكافؤات المتتالية
  $(A \Leftrightarrow B \text{ et } B \Leftrightarrow C) \Rightarrow A \Leftrightarrow C$
- $[A \text{ et } (B \text{ ou } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ et } B) \text{ou } (A \text{ et } C)]$
  $[A \text{ ou } (B \text{ et } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ ou } B) \text{et } (A \text{ ou } C)]$
- قانوني موركان.
  1) $7(A \text{ et } B) \Leftrightarrow (7A \text{ ou } 7B)$
  2) $7(A \text{ ou } B) \Leftrightarrow (7A \text{ et } 7B)$
- قانون الاستلزام المضاد للعكس
  $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (7B \Rightarrow 7A)$
- $7(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (7A \text{ et } 7B)$
- قانون الخلف
  $((7A \Rightarrow 7B) \text{et } B) \Rightarrow A$
- قانون فصل الحالات
  $(A \Rightarrow C \text{ et } B \Rightarrow C) \Rightarrow [(A \text{ ou } B) \Rightarrow C]$

V) بعض الاستدلالات.

1) الاستدلال بالتكافؤات المتتالية

لكي نبين أن العبارة A صحيحة يكفي أن نبين أن $A \Leftrightarrow B$ و B صحيحة.

2) الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس

لكي نبين أن $A \Rightarrow B$ يكفي أن نبين $7B \Rightarrow 7A$.

3) الاستدلال بالخلف

لكي نبين أن العبارة A صحيحة نفترض العكس ونصل إلى تناقض مع المعطيات.

4) الاستدلال بفصل الحالات

لتكن $E = E_1 \cup E_2$ لكي نبين أن $(\forall x \in E) : A(x)$ يكفي أن نبين ما يلي:
*) إذا كان $x \in E_1$ فإن $A(x)$ صحيحة.
*) إذا كان $x \in E_2$ فإن $A(x)$ صحيحة.

5) الاستدلال بالترجع

لكي نبين أن العبارة $P(n)$ صحيحة لكل عدد طبيعي $n \geq n_0$ نبين ما يلي:
*) نبين أن العبارة صحيحة من أجل $n = n_0$
*) نفترض العبارة P صحيحة من أجل n.
*) نبين أن العبارة P صحيحة من أجل $n+1$.