

الأعداد الصحيحة الطبيعية*** مبادئ في الحسابيات

التمرين رقم 1 : حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية a و b و c علما أن:

(1) $12a^4$ يقبل القسمة على 3.

(2) $23a^4$ يقبل القسمة على 3 و ليس على 9.

(3) $12b^5c$ يقبل القسمة على 3 و 5.

التمرين رقم 2 : ليكن a و b و c أعداد من \mathbb{N} .

(1) بين أنه إذا كان $a > b$ فإن: $a-b$ و $a+b$ لهما نفس الزوجية.

(2) بين أنه إذا كانت a و b و c أعداد زوجية متتابعة فإن المجموع $a+b+c$ مضاعف للعدد 6.

التمرين رقم 3 : ليكن $A = 2^3 \times 5^2 \times 7$

(1) حدد قواسم العدد A .

(2) حدد أصغر عدد صحيح طبيعي k بحيث يكون kA مربعا كاملا.

(3) حدد أصغر عدد صحيح طبيعي m بحيث يكون mA مكعبا كاملا.

التمرين رقم 4 : فكك العددين 2356 و 1612 إلى جداء عوامل أولية.

(2) إستنتج الشكل الغير قابل للاختزال للكسر $\frac{2356}{1612}$

(3) أوجد أصغر عدد صحيح طبيعي b بحيث يكون:

$$\sqrt{2356 \times 1612} = a\sqrt{b} \text{ لكل } a \text{ من } \mathbb{N}.$$

التمرين رقم 5 : ليكن n عددا صحيحا طبيعيا بحيث n

(1) بين أن العدد $n^2 + 5n + 4$ زوجي.

(2) بين أن العدد $n^2 - 5n + 4$ زوجي.

(4) إستنتج أن 4 يقسم $n^4 - 17n^2 + 16$ لكل n من \mathbb{N} .

التمرين رقم 6 : حدد القواسم الزوجية للعدد 36.

(2) حدد a و b من \mathbb{N} بحيث يكون: $9 = (3+b)(1+a)$

(3) حدد a و b من \mathbb{N} بحيث يكون: $a^2 - b^2 = 36$.

التمرين رقم 7 : أنشر $A = (3n+2)^2 - 5n \left(n + \frac{8}{5} \right) - 3$

حيث n عدد صحيح طبيعي.

(2) بين أن العدد A مربع كامل.

(3) إستنتج أن العدد A فردي.

التمرين رقم 8 : نعتبر العدد $x = 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$.

(1) حدد خارج وباقي القسمة القسمة الإقليدية للعدد $(x+1)$ على 2 و 3 و 4 و 5 و 6 بدون إجراء العملية.

(2) هل العدد $(x+1)$ عدد أولي؟.

(3) هل الأعداد $x+2$ و $x+3$ و $x+4$ و $x+5$ و $x+6$ أولية؟.

التمرين رقم 9 : نضع $a = 8 \times 9 \times 5$ و $b = 10^2$.

(1) أحسب $a \wedge b$ و $a \vee b$.

(2) أحسب $a^2 \wedge b^2$ و $a^2 \vee b^2$.

(3) أحسب $(a \wedge b)^2$ و $(a \vee b)^2$.

(4) ماذا تلاحظ؟.

التمرين رقم 10 : تحقق أن القاسم المشترك الأكبر للعددين 63 و 105 هو $d = 12$.

(2) بين أن العددين a و b بحيث $105 = a \times d$ و $63 = b \times d$ أوليان فيما بينهما.

(3) أعط الكتابة المختزلة للكسر $\frac{63}{105}$.

التمرين رقم 11 : نعتبر العدد: $M = \frac{20755}{9488} - \frac{3}{8}$

(1) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 20755 و 9488

(2) أكتب M على شكل كسر مختزل.

(3) هل M عدد عشري؟.

التمرين رقم 12 : نعتبر الإفتراض التالي.

$$(H) \quad \sqrt{2} = \frac{p}{q} \text{ مع } p \text{ و } q \text{ من } \mathbb{N}^* \text{ و أوليان فيما بينهما.}$$

(1) بين أن p^2 عدد زوجي.

(2) برهن أنه إذا كان p زوجيا فإن p^2 زوجي.

وإذا كان p فرديا فإن p^2 فردي.

(3) بين أن p زوجي.

(4) بين أنه يوجد p' من \mathbb{N}^* بحيث: $q^2 = 2p'^2$ ثم إستنتج أن q عدد صحيح طبيعي زوجي.

(5) هل تتسجم نتائج السؤالين (3) و (4) مع الإفتراض (H)

(6) ضع إستنتاجا حول موضوع هذا التمرين.

التمرين رقم 13 : ليكن x و y عنصرين من \mathbb{N} .

(1) بين أن $x+y$ و $x-y$ لهما نفس الزوجية.

(2) فكك العدد 28 إلى جداء من عوامل أولية ثم حدد جميع القواسم الزوجية للعدد 28.

(3) ليكن x و y عنصرين من \mathbb{N} بحيث: $x^2 - y^2 = 28$ حدد جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية التي تحقق المعادلة

التمرين رقم 14 : حدد جميع قواسم العدد 15.

(2) إستنتج جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية x و y التي

$$\text{تحقق المعادلة: } (x+3)(y+2) = 15.$$

(3) حدد جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية x و y التي

$$\text{تحقق المعادلة: } xy + 3x + y = 12.$$

التمرين رقم 15 : ليكن k عددا صحيحا طبيعيا ، بين أن

$$k(k+1) \text{ عدد زوجي.}$$

(2) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا فرديا .

أ-- بين أن 8 يقسم $n^2 - 1$.

ب-- إستنتج أن 16 يقسم $n^4 - 1$.

(3) ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين فرديين.

$$\text{بين أن } 8 \text{ يقسم } a^2 + b^2 - 2.$$

التمرين رقم 16 : نعتبر العددين $a = 2n+3$ و $b = 5n-2$

(1) أوجد عددين u و v من \mathbb{N} ليكون العدد $au + bv$

مستقلا عن n لكل n من \mathbb{N} .

(2) ليكن d القاسم المشترك الأكبر لكل من a و b .

ماهي القيم الممكنة للعدد d ؟.