

## مجموعات الأعداد: $\mathbb{N}$ و $\mathbb{Z}$ و $ID$ و $\mathbb{Q}$ و $\mathbb{R}$

التمرين رقم 1 :

أنجز العمليات و أكتب بأبسط شكل ممكن مايلي:

$$B = \frac{7}{3} \left( \frac{3}{5} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \right) - \left( -\frac{5}{6} + \frac{2}{3} \right) \left( \frac{1}{6} - \frac{2}{3} \right) \quad A = \left( \frac{4}{3} - \frac{7}{5} \right) - \left[ \left( \frac{3}{5} - \frac{5}{7} \right) - \left( \frac{5}{6} - 1 \right) \right] + \left[ \frac{1}{6} - \left( \frac{3}{2} - 1 \right) \right]$$

$$D = \left[ \left( \frac{1 + \frac{1}{3}}{\frac{1 - \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}}} \right) : \left( \frac{1 + \frac{1}{7}}{1 - \frac{1}{7}} \right) \right] \times \left[ \left( \frac{2 - \frac{1}{9}}{\frac{3 + \frac{5}{3}}{3 + \frac{5}{3}}} \right) : \left( \frac{9 - \frac{1}{2}}{\frac{5 + \frac{9}{9}}{5 + \frac{9}{9}}} \right) \right] \quad C = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2}{5} - \frac{5}{6}}$$

التمرين رقم 2 :

ليكن  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية.

أزل الأقواس والمعقوفات ثم إختصر العبارات التالية:

$$A = [(a-c) - (a-b)] - [(c-a) + (b-c)] - [a - (b-c)]$$

$$B = [a - (b-c-1)] - [(-a-b) - (a-1+c)] - (b-c)$$

$$C = -(\sqrt{3}-b) - [ -(-a+\sqrt{3}) - (a-b) + \sqrt{3} ]$$

التمرين رقم 3 :

ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين. أنشر ثم بسط التعابير التالية:

$$A = (a^3 - b) \times (b - a^2) - (a+b) \times (-a^2 + 3)$$

$$B = (3a^2 + 2b^2) \times a^2 - (a^2 - 1) \times (4a^2 - 3b^2)$$

$$C = (a^4 - b) \times (b - 3) + (b + a^4) \times (b + 3)$$

التمرين رقم 4 :

$a$  و  $b$  و  $x$  أعداد حقيقية. عمل مايلي:

$$A = 2(x+3) \times (x+4) - (x^2 - 16)$$

$$B = (2x-1)^2 - (3-2x)^2$$

$$C = x^3 + 8 + 2(x^2 - 4) - (x+2)^2$$

$$D = a^2 + b^2 - x^2 + 2ab$$

$$E = ab \times (x^2 + y^2) + xy \times (a^2 + b^2)$$

$$F = \left( \frac{x^2}{9} + \frac{x}{3} + \frac{1}{4} \right) - \frac{x}{3} - \frac{1}{2}$$

$$G = 4x^2 - 4x\sqrt{5} + 5 + (1-2x) \times (2x - \sqrt{5})$$

التمرين رقم 5 :

$a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية.

(1) بين أنه إذا كان  $a \geq 0$  و  $b \geq 0$  و  $c \geq 0$  و  $a \times b \times c = 1$  فإن:

$$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ac+c+1} = 1$$

(2) بين أنه إذا كان  $a$  و  $b$  و  $c$  غير منعدمة ومختلفة مثني مثني،

$$\text{و تحقق } a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c} = c + \frac{1}{a} \quad \text{فإن } (a \times b \times c)^2 = 1$$

التمرين رقم 6 :

أكتب على شكل قوى العدد 10 مايلي :

$$Y = \frac{0,8 \times 10^{15} \times 1,5 \times 10^{-6}}{10^3 \times 12} \quad \text{و} \quad X = \frac{6^2 \times 0,5 \times 3^{-3} \times 10^{-9}}{20 \times 30^{-1} \times (0,01)^{-3}}$$

التمرين رقم 7 :

$$M = \frac{(x^2 \times y^{-3} \times z)^{-4} \times (x^3 \times z^{-2})^2}{(x^{-2} \times y^3 \times z^{-2})^3} : \text{نعتبر العدد الحقيقي: } x \text{ و } y \text{ و } z \text{ أعداد حقيقية غير منعدمة}$$

(1) بسط كتابة العدد  $M$ .

(2) أحسب قيمة  $M$  إذا علمت أن:  $x = -\frac{2}{3} \cdot 10^2$  و  $y = -\frac{9}{2} \cdot 10^{-3}$  و  $z = 2$

التمرين رقم 8 :

نعتبر الأعداد التالية:

$$a = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} \quad \text{و} \quad b = 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} \quad \text{و} \quad c = 1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} \quad \text{و} \quad d = 1 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$$

(1) أحسب  $a \times b$  ثم  $c \times d$ .

(2) أحسب الجداء  $a \times b \times c \times d$ .

التمرين رقم 9 :

أثبت المتساويات التالية:

$$1) \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{2}} + 2 = \sqrt{4+2\sqrt{2}} \quad 2) \frac{2\sqrt{3}-3}{2\sqrt{3}+3} + \frac{2\sqrt{3}+3}{2\sqrt{3}-3} = 14$$

$$3) \sqrt{5+\sqrt{21}} + \sqrt{5-\sqrt{21}} = \sqrt{14} \quad 4) \sqrt{14+6\sqrt{5}} - \sqrt{9+4\sqrt{5}} = 1$$

$$5) \left(1 + \sqrt{\frac{31}{3}}\right)^3 + \left(1 - \sqrt{\frac{31}{3}}\right)^3 = 4^3 \quad 6) \sqrt{\frac{4}{(1-\sqrt{3})^2}} - \sqrt{\frac{1}{(1+\sqrt{3})^2}} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$$

التمرين رقم 10 :

ليكن  $\alpha$  عددا حقيقيا و  $a$  و  $b$  العددين المعرفين ب:

$$a = \sqrt{\alpha^2 + 1} + \alpha \quad \text{و} \quad b = \sqrt{\alpha^2 + 1} - \alpha$$

(1) -  $a$  أحسب بدلالة  $\alpha$  الأعداد:  $a \times b$  و  $a+b$  و  $a-b$ .

-  $b$  إستنتج أن  $a$  و  $b$  موجبان.

(2) أحسب قيم  $\alpha$  ثم قيم  $a$  و  $b$  علما أن:  $(a^2 - b^2)^2 = 32(1 + \alpha^2)$

التمرين رقم 11 :

نعتبر العددين الحقيقيين:  $a = \sqrt{19+6\sqrt{10}}$  و  $b = \sqrt{19-6\sqrt{10}}$

(1) بين أن  $a \times b = 1$ .

(2) نضع  $u = a+b$  و  $v = a-b$ .

-  $a$  أحسب العددين  $u^2$  و  $v^2$  ثم إستنتج قيم  $u$  و  $v$ .

-  $b$  أوجد كتابة مبسطة لكل من العددين:  $a$  و  $b$ .

التمرين رقم 12 :

لتكن  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية موجبة بحيث:  $c^2 = a^2 - b$ .

$$\text{بين أن: } \sqrt{a+\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} + \sqrt{\frac{a-c}{2}} \quad \text{و} \quad \sqrt{a-\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} - \sqrt{\frac{a-c}{2}}$$

**التمرين رقم 13 :**

لنكن  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $x$  و  $y$  و  $z$  أعداد حقيقية موجبة قطعاً، بحيث:  
 $x$  و  $y$  و  $z$  متناسبة مع  $a$  و  $b$  و  $c$  على التوالي.

$$\text{بين أن: } \sqrt{ax} + \sqrt{by} + \sqrt{cz} = \sqrt{(a+b+c)(x+y+z)}$$

**التمرين رقم 14 :**

إقسم ثلاثة أشخاص مبلغ 3000 درهم متناسب مع الأعداد:  
 $n-1$  و  $n$  و  $n+1$  حيث  $n \in \mathbb{N}$  و  $n \geq 2$

- (1) عبر بدلالة  $n$  عن نصيب كل شخص.  
 (2) كيف يمكن إختيار العدد  $n$  ليكون نصيب كل واحد عددا صحيحا طبيعيا

**التمرين رقم 15 :**

ليكن  $n$  عدد صحيح طبيعي.

$$(1) \text{ تحقق أن } \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$(2) \text{ أحسب التعبير: } A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+10}$$

**التمرين رقم 16 :**

(1) حدد  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}$  بحيث يكون:  $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$ .

$$(2) \text{ إستنتج حساب: } S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{2006 \times 2007}$$

**التمرين رقم 17 :**

نعتبر النشر الدوري لعدد  $x$ :  $x = 0,54\overline{5454} \dots$

- (1) أحسب  $100 \times x$  وتحقق أن:  $100 \times x = 54 + x$   
 (2) إستنتج كتابة  $x$  على شكل كسر.  
 (3) أكتب على شكل كسر العدد  $y$  حيث  $y = 2,17\overline{1717} \dots$   
 (4) أي عدد يمثل النشر العشري الدوري:  $0,99\overline{99} \dots$

**التمرين رقم 18 :**

يعطي التراب المنجمي 60% من وزنه فوسفاطا خالصا و يعطي الفوسفاط 192% من وزنه سمادا فلاحيا.

ماهي كمية التراب المنجمي اللازمة للحصول على 9000 كيلوغرام من السماد الفلاحي؟

**التمرين رقم 19 :**

نحسب قوة الجاذبية بين جسمين بالعلاقة:  $F = G \times \frac{m_1 \times m_2}{d^2}$  معبرا

عنها بالنيوتن. حيث:  $m_1$  و  $m_2$  هما كتلتا الجسمين (ب Kg)

$d$  المسافة بين الجسمين (ب m)

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ ثابتة التجاذب الكوني}$$

أحسب قوة التجاذب في الحالتين التاليتين:

- (1) بين الأرض والقمر علما أن: كتلة الأرض هي  $5,98 \times 10^{24}$  Kg و كتلة القمر هي  $7,35 \times 10^{22}$  Kg و المسافة بينهما هي  $4 \times 10^8$  m  
 (2) بين زحل والشمس علما أن: كتلة زحل هي جداء كتلة الأرض في 95,147 و كتلة الشمس هي  $2 \times 10^{30}$  Kg و المسافة بينهما هي 1427 مليون كيلومتر.

